

SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÙNG VƯƠNG

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: (ID: 770799) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(5) = 2 + F(1)$. Giá trị của $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. 8 B. 2 C. -2 D. -8

Câu 2: (ID: 770800) Trong không gian Oxyz, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + z + 3 = 0$?

- A. Điểm $P(-1; 1; 1)$. B. Điểm $N(0; -2; 1)$. C. Điểm $Q(-1; 0; 1)$. D. Điểm $M(-1; -1; 1)$.

Câu 3: (ID: 770801) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{-x+3}$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 4: (ID: 770802) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -1. B. 3. C. 0. D. -2.

Câu 5: (ID: 770803) Trong không gian Oxyz, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và nhận vector $\vec{u} = (3; -2; -5)$ làm một vector chỉ phương là

- A. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$

Câu 6: (ID: 770804) Trong không gian Oxyz, cho hai vector $\vec{a} = (-1; 0; 2)$ và $\vec{b} = (2; 3; -2)$. Giá trị của $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. 2 B. -4 C. -6 D. -3

Câu 7: (ID: 770805) Trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, hàm số $F(x) = \sin x - x$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

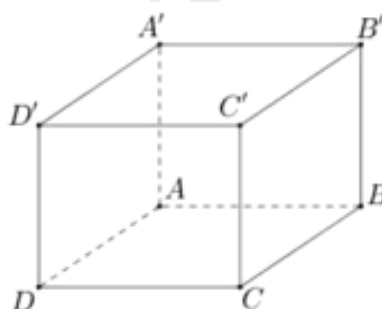
A. $f(x) = -\cos x - 1.$

B. $h(x) = -\cos x - \frac{x^2}{2} + C.$

C. $k(x) = \cos x - \frac{x^2}{2} + C.$

D. $g(x) = \cos x - 1.$

Câu 8: (ID: 770806) Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).



Số đo của góc nhị diện $[A', BC, D]$ bằng

A. $135^\circ.$

B. $30^\circ.$

C. $45^\circ.$

D. $60^\circ.$

Câu 9: (ID: 770807) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3		-2		1	$+\infty$	
$f'(x)$		+		+	0	-	0	+

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\min_{(-2; +\infty)} f(x) = f(1).$

B. $\min_{(-\infty; -3)} f(x) = f(-3).$

C. $\min_{(-2; 1)} f(x) = f(1).$

D. $\min_{(-3; -2)} f(x) = f(-2).$

Câu 10: (ID: 770808) Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho bằng

A. $-12.$

B. $18.$

C. $-18.$

D. $10.$

Câu 11: (ID: 770809) Nếu $\log_a b = 3$ và $\log_a c = -5$ thì $\log_a (b^2 c^3)$ bằng

A. $-9.$

B. $8.$

C. $25.$

D. $-10.$

Câu 12: (ID: 770810) Cho bảng thống kê doanh số bán hàng của 100 nhân viên ở một trung tâm thương mại trong một tuần như sau:

Doanh số (triệu đồng)	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$
Số nhân viên	25	20	20	15	14	6

Trung tâm thương mại dự định chọn 25% số nhân viên có doanh số bán hàng cao nhất để trao thưởng. Theo mẫu số liệu trên, trung tâm thương mại nên khen thưởng các nhân viên có doanh số bán hàng ít nhất là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

- A. 30,0 triệu đồng. B. 42,5 triệu đồng. C. 56,7 triệu đồng. D. 53,7 triệu đồng.

II. PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: (ID: 770822) Trong một lô sản phẩm có 3 hộp loại I và 5 hộp loại II. Biết rằng trong mỗi hộp loại I có 97 sản phẩm tốt và 3 phế phẩm, trong mỗi hộp loại II có 95 sản phẩm tốt và 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô sản phẩm đó một hộp, rồi từ hộp đó lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai sản phẩm.

- a) Xác suất để hộp được chọn là hộp loại I bằng $\frac{3}{8}$.
- b) Nếu hộp được lấy ra là hộp loại I thì xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{776}{825}$.
- c) Xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{1833}{2000}$.
- d) Biết rằng trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một phế phẩm, xác suất để hộp lấy ra là hộp loại I bằng $\frac{203}{2475}$.

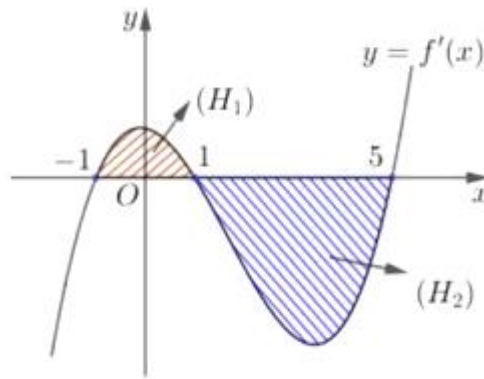
Câu 2: (ID: 770823) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, đài kiểm soát không lưu của sân bay đặt tại điểm $O(0;0;0)$, đơn vị độ dài trên mỗi trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát không lưu 417 km sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay đang ở vị trí $M(-779; -260; 8)$ chuyển động thẳng đều với tốc độ không đổi theo hướng của vector $\vec{u} = (91; 75; 0)$.

- a) Đường thẳng mô tả đường đi của máy bay đi qua điểm $N(-597; -110; 8)$.
- b) Vị trí đầu tiên mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar là điểm $P(40; 415; 8)$.
- c) Nếu thời gian máy bay xuất hiện trên màn hình radar là 30 phút thì thời gian máy bay di chuyển từ M đến khi xuất hiện lần cuối cùng trên màn hình radar là 54 phút.
- d) Khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu luôn lớn hơn 294 km.

Câu 3: (ID: 770830) Cho hàm số $f(x) = x - \frac{1}{x} + 2 \log x$.

- a) Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.
- b) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}$, với mọi $x \in (0; +\infty)$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ luôn thỏa mãn hệ thức $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$, với mọi $x \in (0; +\infty)$.
- d) Tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $f(\cos x + 3) + f\left(\frac{1}{\sin x + 3}\right) = 0$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 4: (ID: 770861) Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Biết $f(-1) = -\frac{43}{4}$, diện tích hình phẳng $(H_1), (H_2)$ lần lượt bằng 20 và 128.

a) Giá trị của $\int_{-1}^5 f'(x)dx$ bằng 148.

b) Giá trị của $f(5)$ bằng $-\frac{475}{4}$.

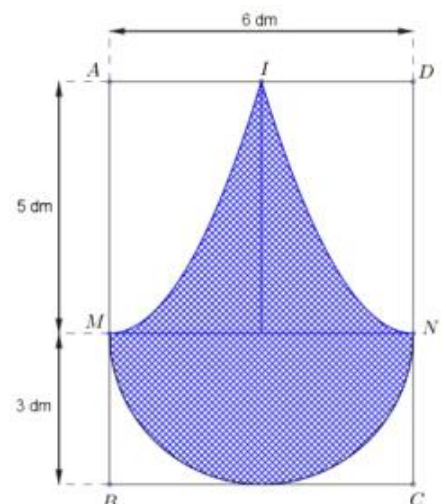
c) Giá trị của $f(2)$ bằng -4.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = -\frac{3}{2}x^2 + 15x$, trục tung và đường thẳng $x = 5$ bằng $\frac{625}{2}$.

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: (ID: 770875) Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa 29 hành khách. Trong khu du lịch Đền Hùng, một đoàn khách gồm 40 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Người lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(100-x)^2}{40}$ (nghìn đồng) và một chuyến không chở dưới 15 người. Hỏi với thỏa thuận như trên thì cần trả ít nhất bao nhiêu nghìn đồng để cả đoàn được đưa về khách sạn bằng xe du lịch?

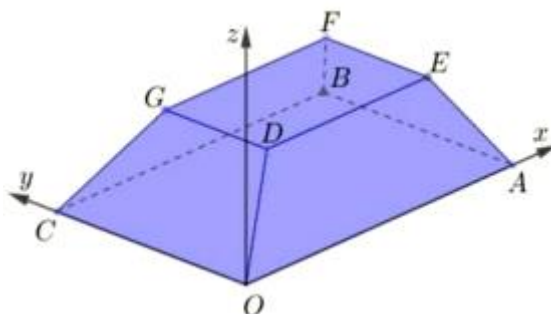
Câu 2: (ID: 770909) Để trang trí một bảng gỗ hình chữ nhật ABCD có chiều dài $AB = 8\text{dm}$ và chiều rộng $AD = 6\text{dm}$, người ta thiết kế một logo là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn đường kính $MN = 6\text{dm}$, tiếp xúc với BC; hai đường cong IM, IN là một phần của các đường parabol lần lượt có đỉnh là các điểm M, N và parabol có trục đối xứng lần lượt là AB, CD, với I là trung điểm của AD (tham khảo hình vẽ). Phần logo được sơn màu xanh với chi phí 50000 đồng / 1dm^2 và phần còn lại của bảng gỗ



được sơn màu trắng với chi phí 30000 đồng / dm^2 . Hỏi cần bỏ ra bao nhiêu nghìn đồng để trang trí bảng gỗ trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 3: (ID: 770925) Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu xanh và 20 viên bi màu đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng giống nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 70% số viên bi màu xanh được đánh số và 60% số viên bi màu đỏ được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Biết rằng, viên bi lấy ra được đánh số, xác suất để viên bi đó có màu xanh bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 4: (ID: 770926) Hình vẽ bên minh họa hình ảnh một toà nhà trong không gian với hệ toạ độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Biết OABC.DEFG là hình chóp cắt có hai đáy nằm trên hai mặt phẳng song song, OABC là hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng (Oxy), $OA = 100\text{ m}$, $OC = 60\text{ m}$ và điểm $D(10;10;8)$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (OCGD) bằng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



Câu 5: (ID: 770927) Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 cm, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và số đo của góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng 120° . Thể tích của khối chóp S.ABCD bằng bao nhiêu centimet khối?

Câu 6: (ID: 770928) Một cửa hàng điện tử dự định kinh doanh hai loại tivi: loại 50 inch và loại 55 inch với số vốn ban đầu không vượt quá 1,8 tỉ đồng. Giá nhập vào tivi loại 50 inch là 15 triệu đồng/ 1 chiếc và lợi nhuận dự kiến 2 triệu đồng/1 chiếc, giá nhập vào tivi loại 55 inch là 25 triệu đồng/1 chiếc và lợi nhuận dự kiến 3 triệu đồng/ 1 chiếc. Cửa hàng ước tính rằng tổng nhu cầu tiêu thụ của thị trường sẽ không vượt quá 100 chiếc tivi cả hai loại. Lợi nhuận lớn nhất mà cửa hàng có thể thu được là bao nhiêu triệu đồng (sau khi đã bán hết hàng)?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1.B	2.A	3.B	4.B	5.B	6.C
7.D	8.C	9.A	10.C	11.A	12.C

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

Nếu f là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Cách giải:

$$\text{Có } F(5) = 2 + F(1) \Rightarrow \int_1^5 f(x)dx = F(5) - F(1) = 2.$$

Chọn B.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc phương trình mặt phẳng $ax + by + cz + d = 0$ khi $ax_0 + by_0 + cz_0 + d = 0$.

Cách giải:

Thay tọa độ điểm $P(-1; 1; 1)$, ta có: $3(-1) - 1 + 1 + 3 = 0$ nên điểm $P \in (\alpha)$.

Chọn A.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Nếu $a^x > a^y$ mà $0 < a < 1$ thì $x < y$.

Cách giải:

$$\text{Có } \left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{-x+3} \text{ mà } 0 < \frac{2}{3} < 1 \Rightarrow x-1 < -x+3 \Rightarrow x < 2.$$

Chọn B.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Cách đọc bảng biến thiên của hàm số.

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số bằng 3.

Chọn B.

Câu 5 (TH):

Phương pháp:

Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vtcp $\vec{u} = (a, b, c)$ có phương trình là
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Cách giải:

Đường thẳng đi qua điểm $M(1; -1; 3)$ và nhận vecto $\vec{u} = (3; -2; -5)$ làm một vtcp là
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 6 (TH):

Phương pháp:

$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1); \vec{b} = (x_2, y_2, z_2) \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.

Cách giải:

$\vec{a} \cdot \vec{b} = -1.2 + 0.3 + 2.(-2) = -6$.

Chọn C.

Câu 7 (TH):

Phương pháp:

Công thức đạo hàm của một số hàm số đơn giản.

Cách giải:

Ta có: $F'(x) = \cos x - 1 = g(x)$.

Chọn D.

Câu 8 (TH):

Phương pháp:

Từ và kẻ các đường vuông góc đến đường thẳng BC từ đó xác định góc nhị diện $[A', BC, D]$

Cách giải:

Vì $BC \perp A'B, DC \perp BC$ mà $A'B \parallel D'C$ suy ra $[A', BC, D] = D'CD = 45^\circ$

Chọn C.

Câu 9 (TH):

Phương pháp:

Cách nhìn bảng biến thiên của hàm số.

Cách giải:

Dựa vào bảng xét dấu của ta có:

$$\min_{(-2; +\infty)} f(x) = f(1) \text{ A đúng.}$$

$$\max_{(-\infty; -3)} f(x) = f(-3) \text{ B sai.}$$

$$\min_{(-2; 1)} f(x) = f(-2) \text{ C sai.}$$

$$\min_{[-3; -2]} f(x) = f(-3) \Rightarrow \text{D sai.}$$

Chọn A.

Câu 10 (TH):

Phương pháp:

Xét cấp số nhân có và công bội q , khi đó: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Cách giải:

$$u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow 6 = -2 \cdot q \Rightarrow q = -3 \Rightarrow u_3 = u_1 \cdot q^2 = -2 \cdot (-3)^2 = -18.$$

Chọn C.

Câu 11 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng công thức biến đổi loga: $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$; $\log_a(x^n) = n \log_a x$.

Cách giải:

$$\log_a(b^2 c^3) = \log_a(b^2) + \log_a(c^3) = 2 \log_a(b) + 3 \log_a(c) = 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-5) = -9.$$

Chọn A.

Câu 12 (TH):

Phương pháp:

Áp dụng công thức tính tứ phân vị thứ n của mẫu số liệu ghép nhóm.

Cách giải:

Vì trung tâm thương mại dự định chọn 25% số nhân viên có doanh số bán hàng cao nhất để trao thưởng nên doanh số bán hàng tối thiểu cần đạt để nhân viên được thưởng sẽ là giá trị của

$$\text{Có } \begin{cases} \frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 100}{4} = 75 \\ 25 + 20 + 20 < 75 < 25 + 20 + 20 + 15 \end{cases} \Rightarrow Q_3 \in [50; 60)$$

$$\text{Suy ra } Q_3 = 50 + \frac{75 - (25 + 20 + 20)}{15} \cdot (60 - 50) \approx 56,7.$$

Vậy doanh số tối thiểu cần đạt là 56,7 triệu đồng.

Chọn C.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu	1	2	3	4
Đáp án	ĐDSS	ĐSĐĐ	ĐSĐĐ	SĐĐĐ

Câu 1 (VD):

Phương pháp:

Gọi các biến cố:

A: “Lấy được hộp loại I”.

B: “Hai sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt”.

C: “Trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một phế phẩm”.

Áp dụng công thức xác suất có điều kiện, công thức xác suất toàn phần và công thức bayes.

Cách giải:

a) Đúng: Gọi các biến cố

A: “Lấy được hộp loại I”.

B: “Hai sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt”.

Ta có 3 hộp loại I và 5 hộp loại II nên suy ra xác suất để hộp được chọn là hộp loại I là:

$$P(A) = \frac{3}{3+5} = \frac{3}{8}.$$

b) Đúng: Xác suất để lấy được hai sản phẩm tốt biết hai sản phẩm đó được lấy từ hộp I là:

$$P(B|A) = \frac{C_{97}^2}{C_{100}^2} = \frac{776}{825}.$$

c) Sai: Xác suất để lấy được hai sản phẩm tốt biết hai sản phẩm đó được lấy từ hộp II là:

$$P(B|\bar{A}) = \frac{C_{95}^2}{C_{100}^2} = \frac{893}{990}.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) \\ &= \frac{3}{8} \cdot \frac{776}{825} + \left(1 - \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{893}{990} = \frac{36293}{39600} \neq \frac{1833}{2000} \end{aligned}$$

d) Sai: Xét biến cố C: “Trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một phế phẩm”.

Ta cần tính $P(A|C)$.

Xác suất để trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một phế phẩm là

$$P(C) = P(A).P(C|A) + P(\bar{A}).P(C|\bar{A}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{C_{97}^1.C_3^1}{C_{100}^2} + \frac{5}{8} \cdot \frac{C_{95}^1.C_5^1}{C_{100}^2} = \frac{203}{2475}.$$

Xác suất để hộp lấy ra là hộp loại 1 biết trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một phế phẩm bằng:

$$P(A|C) = \frac{P(AC)}{P(C)} = \frac{\frac{3}{8} \cdot \frac{C_{97}^1 \cdot C_3^1}{C_{100}^2}}{\frac{203}{2475}} = \frac{873}{3248}.$$

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

Tọa độ hóa, viết phương trình đường thẳng, tính khoảng cách.

Cách giải:

a) Đúng: Phương trình đường thẳng mô tả đường đi của máy bay là đường thẳng đi qua điểm $M(-779; -260; 8)$ và có VTCP $\vec{u} = (91; 75; 0)$.

$$\text{Suy ra phương trình đường thẳng là } d: \begin{cases} x = -779 + 91t \\ y = -260 + 75t \\ z = 8 \end{cases}.$$

$$\text{Thay } x = -597, y = -110, z = 8 \text{ ta có: } \begin{cases} -597 = -779 + 91t \\ -110 = -260 + 75t \Rightarrow t = 2. \\ 8 = 8 \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng mô tả đường đi của máy bay đi qua điểm $N(-597; -110; 8)$.

b) Sai: Phương trình mô tả phạm vi hoạt động tối đa của radar là $(C): x^2 + y^2 + z^2 = 417^2 = 173889$.

Ta tìm giao điểm của d và (C) . Xét phương trình:

$$(91t - 779)^2 + (25t - 260)^2 + 8^2 = 417^2 \Rightarrow \begin{cases} t = 4 \Rightarrow P_1(-415; 40; 8) \\ t = 9 \Rightarrow P_2(40; 415; 8) \end{cases}.$$

$$\text{Xét } \begin{cases} MP_1 = \sqrt{222496} \approx 471,695 \\ MP_2 = \sqrt{1126386} \approx 1061,313 \end{cases} \Rightarrow MP_1 < MP_2.$$

Vị trí đầu tiên mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar là điểm $P_1(-415; 40; 8)$.

c) Đúng: Thời gian đi từ P_1 đến P_2 là $30 \text{ phút} = \frac{1}{2} \text{ giờ}$,

$$P_1P_2 = \sqrt{(-415 - 40)^2 + (40 - 415)^2 + (8 - 8)^2} = \sqrt{347650}$$

$$\text{Vận tốc của máy bay bằng } v = \frac{P_1P_2}{0,5} = 2\sqrt{347650}.$$

$$\text{Thời gian máy bay di chuyển từ } M \text{ đến } P_2 \text{ là } t = \frac{MP_2}{v} = \frac{9}{10} \text{ (giờ)} = 54 \text{ phút}.$$

d) Đúng: Khoảng cách nhỏ nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu chính là khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng d.

$$\text{Có: } d_{(O;d)} = \frac{|\overrightarrow{OM}; \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{34765}{\sqrt{13906}} \approx 294,809 > 294.$$

Vậy khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu luôn lớn hơn 294km.

Câu 3 (VD):

Cách giải:

a) Đúng: Có $f(x) = x - \frac{1}{x} + 2\log x$

Nên ĐKXD: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0 \Rightarrow D = (0; +\infty).$

b) Sai: $f(x) = x - \frac{1}{x} + 2\log x \Rightarrow f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} 2 \cdot \frac{1}{x \ln 10}.$

c) Đúng: Với mọi $x \in (0; +\infty)$, ta có:

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\frac{1}{x}} + 2\log\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} - x + 2\log(x^{-1}) = -x + \frac{1}{x} - 2\log x = -f(x).$$

d) Đúng: Ta có

$$f(\cos x + 3) + f\left(\frac{1}{\sin x + 3}\right) = 0 \Rightarrow f(\cos x + 3) = -f\left(\frac{1}{\sin x + 3}\right)$$

Mà $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$, với mọi $x \in (0; +\infty)$.

$$\Rightarrow f(\cos x + 3) = f(\sin x + 3). \text{ Lại có } f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} 2 \cdot \frac{1}{x \ln 10} > 0 \quad \forall x \in (0; +\infty).$$

Suy ra

$$\cos x + 3 = \sin x + 3 \Rightarrow \cos x = \sin x$$

$$\Rightarrow \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \text{ mà } x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right\}$$

Tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình là: $\frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}.$

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

Ứng dụng tích phân tính diện tích hình phẳng, áp dụng nguyên hàm một số hàm số cơ bản.

Cách giải:

a) Sai: Có

$$\text{Diện tích hình phẳng là } \int_{-1}^1 |f'(x)| dx = \int_{-1}^1 f'(x) dx = 20.$$

$$\text{Diện tích hình phẳng là } \int_1^5 |f'(x)| dx = -\int_1^5 f'(x) dx = 128.$$

$$\text{Ta có: } \int_{-1}^5 f'(x) dx = \int_{-1}^1 f'(x) dx + \int_1^5 f'(x) dx = 20 - 128 = -108.$$

$$\text{b) Đúng: Có } \int_{-1}^5 f'(x) dx = f(5) - f(-1) = -108$$

$$\text{Mà } f(-1) = -\frac{43}{4} \Rightarrow f(5) = -108 + \left(-\frac{43}{4}\right) = -\frac{475}{4}.$$

c) Đúng: Dựa vào hình vẽ, ta có đồ thị hàm số $f'(x)$ cắt Ox tại $(-1; 5)$.

$$\Rightarrow f'(x) = a(x+1)(x-1)(x-5) \Rightarrow f'(x) = a(x^3 - 5x^2 - x + 5).$$

$$\text{Lại có } \int_{-1}^1 f'(x) dx = 20 \Rightarrow \int_{-1}^1 a(x^3 - 5x^2 - x + 5) dx = 20$$

$$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow f'(x) = 3x^3 - 15x^2 - 3x + 15$$

$$\text{Suy ra } f(x) = \int f'(x) dx = \frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x + C.$$

$$\text{Mà } f(-1) = -\frac{43}{4} \Rightarrow C = 0.$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x \Rightarrow f(2) = -4.$$

d) Đúng: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = -\frac{3}{2}x^2 + 15x$, trục tung và đường thẳng

$x = 5$ là:

$$\int_0^5 \left| f(x) - \left(-\frac{3}{2}x^2 + 15x\right) \right| dx = \int_0^5 \left| \frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x + \frac{3}{2}x^2 - 15x \right| dx = \frac{625}{2}.$$

III PHÂN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	6225	1923	0,64	62,5	72	230

Câu 1 (VD):

Phương pháp:

Gọi x là số người được chở trên một chuyến xe (đơn vị: người, ĐK $15 \leq x \leq 29$).

Viết hàm chi phí theo x và tìm giá trị nhỏ nhất của hàm đó trên đoạn $[15; 29]$

Cách giải:

Gọi x là số người được chở trên một chuyến xe (đơn vị: người, ĐK $15 \leq x \leq 29$).

Vì mỗi chuyến chở ít nhất 15 người, do đó nếu có 3 chuyến xe thì số người ít nhất cần có là 45 người. Mà đoàn khách chỉ gồm 40 người và mỗi chuyến chở không quá 29 khách nên số chuyến xe chở đoàn khách du lịch về khách sạn là 2 chuyến.

Nếu chuyến thứ nhất chở x khách thì số tiền phải trả cho chuyến thứ nhất là $C_1 = \frac{x(100-x)^2}{40}$ (nghìn đồng)

Khi đó chuyến thứ hai sẽ chở $(40-x)$ khách và khi đó số tiền phải trả cho chuyến thứ hai là

$$C_2 = \frac{(40-x)(100-(40-x))^2}{40} \text{ (nghìn đồng)}$$

Tổng số tiền phải trả cho xe khách là

$$C(x) = C_1 + C_2 = \frac{x(100-x)^2}{40} + \frac{(40-x)(60+x)^2}{40}.$$

Xét $C'(x) = 0 \Rightarrow x = 20$.

Ta có $C(15) = 6225$; $C(20) = 6400$; $C(29) = 5833$.

Nếu chuyến thứ nhất chở 29 người thì chuyến thứ 2 sẽ chở $40 - 29 = 11$ người (không thỏa mãn yêu cầu)

Vậy nên, chi phí ít nhất phải trả cho xe khách là 6225 (nghìn đồng).

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

Diện tích Parabol có độ dài đáy bằng a và chiều cao bằng h là $\frac{2}{3}ah$.

Tìm diện tích phần màu xanh và màu trắng, khi đó chi phí để trang trí bảng gỗ là $T = 50.S_x + 30.S_t$

Cách giải:

Diện tích nửa đường tròn đường kính MN là $S_1 = \frac{1}{2}\pi.3^2 = \frac{9}{2}\pi \text{ (dm}^2\text{)}$

Diện tích parabol là $S_{\text{parabol}} = \frac{2}{3}.5.6 = 20 \text{ (dm}^2\text{)}$

Diện tích hình chữ nhật $ADMN$ là $S_{ADMN} = 5.6 = 30 \text{ (dm}^2\text{)}$

Diện tích hình chữ nhật $MNCB$ là $S_{MNCB} = 6.3 = 18 \text{ (dm}^2\text{)}$

Khi đó diện tích phần tô xanh là $S_x = \frac{9}{3}\pi + 10 \text{ (dm}^2\text{)}$

Diện tích phần màu trắng là: $S_t = 48 - \frac{9}{2}\pi - 10 = 38 - \frac{9}{2}\pi \text{ (dm}^2\text{)}$

Chi phí cần bỏ ra để trưng trí bảng gỗ là $T = 50.S_x + 30.S_t \approx 1923$ (nghìn đồng)

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

A: “Viên bi lấy ra được đánh số”

B: “Viên bi có màu xanh”

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, công thức Bayes.

Cách giải:

Số viên bi màu xanh được đánh số là: $30.70\% = 21$ (bi)

Số viên bi màu xanh không được đánh số là: $30 - 21 = 9$ (bi)

Số viên bi màu đỏ được đánh số là: $20.60\% = 12$ (bi)

Số viên bi màu xanh không được đánh số là: $20 - 12 = 8$ (bi)

Xét biến cố A: “Viên bi lấy ra được đánh số” và biến cố B: “Viên bi có màu xanh”

Xác suất để lấy được viên bi màu xanh là $P(B) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$.

Xác suất để lấy được viên bi đánh số biết viên bi đó màu xanh là $P(A|B) = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$.

Xác suất để lấy được viên bi có đánh số là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{10} + \frac{2}{5} \cdot \frac{12}{20} = \frac{33}{50}.$$

Xác suất để viên bi lấy ra có màu xanh biết viên bi được đánh số là:

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} \approx 0,64.$$

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

Viết phương trình mặt phẳng OCGD và từ đó áp dụng công thức tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng.

Cách giải:

Mặt phẳng (OCGD) chứa 3 điểm O, C, G

$$\Rightarrow \vec{n}_{(OCGD)} = [\vec{OC}; \vec{OD}] \text{ mà } \vec{OC} = (0; 60; 0), \vec{OD} = (10; 10; 8)$$

$$\text{Suy ra } \vec{n}_{(OCGD)} = (480; 0; -600) / |\vec{n}| = (4; 0; -5)$$

Phương trình mặt phẳng ($OCGD$) có VTPT $(4; 0; -5)$ và đi qua điểm O có phương trình là $4x - 5z = 0$.

Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng ($OCGD$) là: $d_{(B, (OCGD))} = \frac{|4 \cdot 100 - 5 \cdot 0|}{\sqrt{4^2 + 5^2}} \approx 62,5$.

Câu 5 (VD):

Phương pháp:

Kẻ $OH \perp SC$ tại H . Khi đó xác định được góc nhị diện $[B, SC, D]$.

Tìm độ dài SA .

Cách giải:

Kẻ $OH \perp SC$ tại H .

Vì $BD \perp AC, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp mp(SAC) \Rightarrow BD \perp SC$.

Vì $SC \perp OH, SC \perp BD \Rightarrow SC \perp mp(HBD) \Rightarrow SC \perp BH, SC \perp HD$.

Vì $SC \perp BH, SC \perp HD \Rightarrow [B, SC, D] = BHD = 120^\circ$.

Xét tam giác BHD cân tại H có HO là đường trung tuyến suy ra

HO đồng thời là tia phân giác BHD

Suy ra $BHO = 60^\circ$.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 6cm

$$\Rightarrow BD = 6\sqrt{2} \Rightarrow OB = \frac{1}{2}BD = 3\sqrt{2}.$$

Xét tam giác OHB vuông tại O có $OH = OB \cdot \cot OHB = \sqrt{6}$.

Xét tam giác OHB vuông tại O có

$$\sin HCO = \sin SCA = \frac{OH}{OC} = \frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cos SCA = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Suy ra } \tan SCA = \frac{\sin SCA}{\cos SCA} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{6}}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Mà } \tan SCA = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = 6\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6^2 = 72 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

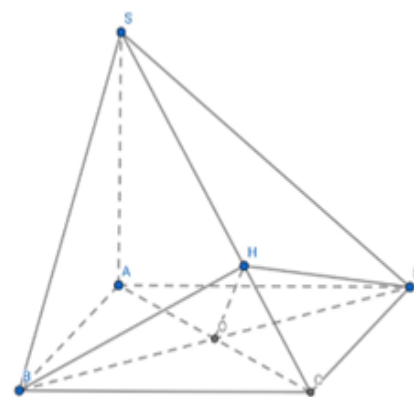
Câu 6 (VD):

Phương pháp:

Gọi x là số tivi loại 50inch cửa hàng nhập vào ($0 \leq x \leq 100, x \in \mathbb{N}$).

Gọi y là số tivi loại 55inch cửa hàng nhập vào ($0 \leq y \leq 100, x \in \mathbb{N}$).

Lập hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, biểu diễn các bất phương trình trên mặt phẳng tọa độ và tìm miền nghiệm của bất phương trình.



Tìm tọa độ các đỉnh của miền nghiệm

Thay lần lượt tọa độ các đỉnh vào hàm lợi nhuận và từ đó kết luận được lợi nhuận lớn nhất có thể thu được.

Cách giải:

Gọi x là số tivi loại 50inch cửa hàng nhập vào ($0 \leq x \leq 100, x \in \mathbb{N}$).

Gọi y là số tivi loại 55inch cửa hàng nhập vào ($0 \leq y \leq 100, x \in \mathbb{N}$).

Vì tổng nhu cầu tiêu thụ của thị trường không vượt quá 100 chiếc cả hai loại

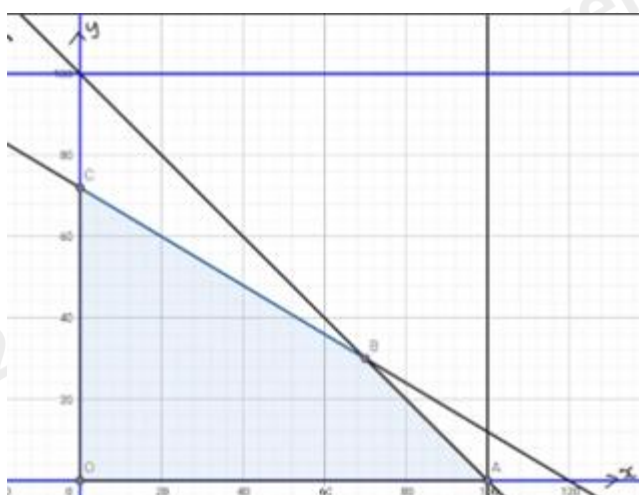
$$\Rightarrow x + y \leq 100.$$

Giá vốn để nhập hai loại ti vi là không quá 1,8 tỉ đồng = 1800 triệu đồng

$$\Rightarrow 15x + 25y \leq 1800 \text{ hay } 3x + 5y \leq 360.$$

Ta có hàm lợi nhuận $T(x, y) = 2x + 3y$.

Ta xét hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 100 \\ 0 \leq y \leq 100 \\ x + y \leq 100 \\ 3x + 5y \leq 360 \end{cases}$$
. Ta vẽ miền nghiệm của hệ bất phương trình trên mp Oxy:



Ta có tọa độ các điểm như sau: $A(100;0); B(70;30); C(0;72)$. Ta có:

$$T(100;0) = 2.100 + 3.0 = 200;$$

$$T(70;30) = 2.70 + 3.30 = 230;$$

$$T(0;72) = 2.0 + 3.72 = 216$$

Vậy lợi nhuận lớn nhất mà cửa hàng có thể thu về là 230 triệu đồng.